

EFORTURI SI TENSIUNI ÎN SECTIUNEA DE ÎNCASTRARE A DINTELUI LA ANGRENAJE EVOLVENTICE CU DINTI ASIMETRICI

Flavia CHIRA, Vasile Tisan

Universitatea de Nord din Baia Mare, e-mail: chira_flavia@yahoo.com

Keywords: asymmetric involute teeth, efforts, compressive stress, tensile stress

Abstract: The paper presents some research on the efforts and state of stress at the bottom of the tooth of spur gears with asymmetric involute teeth. The tooth of the gear is considered as a fixed beam with the entire load applied in the tip circle pointh of the active profile. Even if the contact ratio is bigger than one, that method is enough exactly for studying the variations of efforts and stress with the coefficient of asymmetry.

1. Introducere

Rotile dintate fiind organe de masini foarte complexe, în literatura de specialitate se întâlnește o mare varietate de metode utilizate pentru calculul de rezistenta al rotilor dintate cu dinti simetrici [3].

Calculul este cu atât mai dificil în cazul rotilor cu dinti asimetrici [2], pentru care centrul de greutate al sectiunii de încastrare a dintelui în obada rotii, nu se mai gaseste pe raza care trece prin punctul de intersectie al evolventelor ce limiteaza corpul dintelui.

În cele ce urmeaza, vom considera ca ipoteza de calcul, încărcarea cu întreaga forta normala la profilul dintelui, în punctul de pe cercul exterior al profilului activ, lungimea grinzii fiind maxima în acest caz. În momentul intrarii în angrenare, când bratul fortei la calculul momentului încovoietor este maxim, de obicei se gaseste înca o pereche de dinti în angrenare, gradul de acoperire fiind supraunitar, forta totala este aplicata în acest caz, în punctul singular exterior. Datorita erorilor de prelucrare, de montaj, deformarii arborilor si lagarelor, acest lucru se ia în considerare doar la angrenajele foarte precise [3].

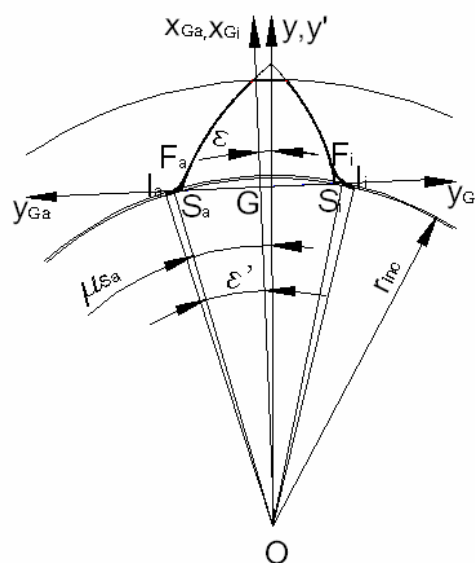


Fig.1 Pozitia sectiunii de încastrare

2. Determinarea eforturilor în secțiunea de încastrare

Sistemul de axe în raport cu care se vor determina eforturile în secțiunea de încastrare are originea în centrul de greutate G al secțiunii, mijlocul segmentului $\overline{S_a S_i}$, axa Gx_G perpendiculară pe planul secțiunii fiind raza rotii ce trece prin G , iar axele Gy_G , Gz_G cuprinse în planul secțiunii. Poziția acestui sistem de axe este dată de unghiul ε (fig. 1).

Unghiul ε' se determina cu relațiile:

$$\sin \varepsilon' = \frac{\overline{S_a G}}{r_{inc}} = \frac{\overline{S_a S_i}}{2r_{inc}} ; \quad \varepsilon' = \arcsin \frac{\overline{S_a S_i}}{2r_{inc}} ; \quad (1)$$

de unde rezulta:

$$\varepsilon = \mu_{S_a} - \varepsilon' . \quad (2)$$

Cunoscând ecuațiile curbelor ce limitează corpul dintelui [1], în raport cu sistemele de axe $xOy, x'Oy'$ și relațiile de trecere de la sistemele de axe $xOy, x'Oy'$ la sistemele de axe $x_{Ga}Gy_{Ga}, x_{Gi}Gy_{Gi}$, ambele cu originea în centrul secțiunii de încastrare:

$$\begin{aligned} x_{Ga} &= y \cos \varepsilon + x \sin \varepsilon - r_{inc} \cos \varepsilon' ; \\ y_{Ga} &= x \cos \varepsilon - y \sin \varepsilon ; \\ x_{Gi} &= y' \cos \varepsilon - x' \sin \varepsilon - r_{inc} \cos \varepsilon' ; \\ y_{Gi} &= x' \cos \varepsilon + y' \sin \varepsilon ; \end{aligned} \quad (3)$$

se pot determina coordonatele punctului M_e de aplicare al forței atât pentru cazul în care se utilizează unghi mare de angrenare pe flancul activ, cât și pentru utilizarea angrenajului cu unghi mai mic de angrenare pe flancul activ. În această lucrare vom analiza prima variantă,

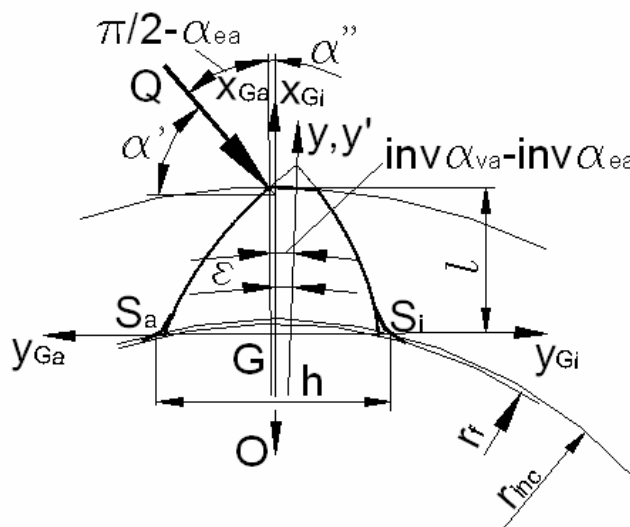


Fig.2 Poziția forței ce încarcă dinte fața de secțiunea de încastrare

Forța normală pe profilul activ al dintelui în punctul de contact, orientată după direcția liniei de angrenare [3] se calculează în funcție de momentul de torsiune transmis:

$$Q = \frac{F_t}{\cos \alpha_a} ; \quad F_t = \frac{M_{t1}}{r_{r1}} . \quad (4)$$

Considerăm dintele asimetric o grindă încastrată încărcată cu o forță înclinată cu punctul de aplicare în punctul de pe cercul exterior al profilului activ (fig.2). Unghiul dintre forța Q și raza corespunzătoare punctului său de aplicare este $(\pi/2 - \alpha_{ea})$.

Pentru a putea calcula eforturile în secțiunea de încastrare determinăm unghiul dintre suportul forței Q și axa Gy_{Ga} a reperului asociat secțiunii de încastrare:

$$\alpha' = \alpha_{ea} - (\text{inv} \alpha_{va} - \text{inv} \alpha_{ea}) + \varepsilon . \quad (5)$$

în care α_{ea}, α_{va} sunt unghiurile de presiune, la vârf respectiv pe cercul exterior pentru profilul activ.

Utilizând coordonatele x_{Ga}^{Me}, y_{Ga}^{Me} ale punctului M_e de aplicare al forței, față de sistemul $x_{Ga}Gy_{Ga}$, eforturile în secțiunea de încastrare sunt:

- forța axială de compresiune având ca suport axa Gx_G

$$N = Q \sin \alpha' ; \quad (6)$$

- forța tăietoare orientată după axa Gy_G

$$T = Q \cos \alpha' ; \quad (7)$$

- momentul încovoietor având ca suport axa z_G

$$M_i = Q \cos \alpha' x_{Ga}^{Me} - Q \sin \alpha' y_{Ga}^{Me} . \quad (8)$$

3. Tensiuni în secțiunea de încastrare a dintelui

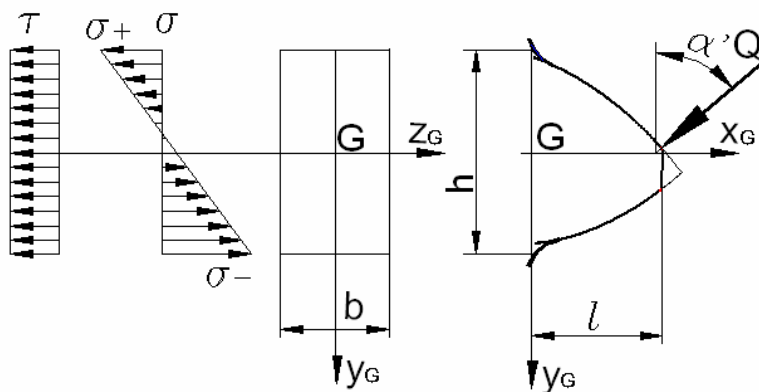


Fig.3 Tensiunile în secțiunea de încastrare

Tensiunile normale care se produc în secțiunea de încastrare rezulta din suprapunerea efectelor forței de compresiune și a momentului încovoietor.

$$\sigma_- = \sigma_N + \sigma_{M_i} = \frac{N}{b \cdot h} + \frac{M_i}{b \cdot h^2 / 6} ; \quad \sigma_+ = \sigma_{M_i} - \sigma_N = \frac{M_i}{b \cdot h^2 / 6} - \frac{N}{b \cdot h} ; \quad (9)$$

în care b este latimea rotii iar h , înălțimea secțiunii de încastrare se determina cunoscând ecuațiile evolventelor și curbilor de racord ce determina corpul dintelui.

Deși pe fața întinsă a dintelui (flancul activ), tensiunile σ_+ sunt mai mici decât tensiunile pe fața comprimată (flancul inactiv), calculul se face pentru fața întinsă, deoarece s-a constatat că fisurile pornesc de pe această parte. Acest lucru se explică prin faptul că materialele au rezistențe la oboseala mai mari în domeniul tensiunilor medii negative decât în cel al tensiunilor medii pozitive.

Deoarece prin cercetări fotoelastice [4] ale angrenajelor s-a constatat că datorită concentrării de tensiuni la baza dintelui, tensiunea tangentială la baza dintelui, pe suprafața dintelui, unde tensiunile normale sunt maxime, sunt diferite de zero, se calculează valoarea medie a acestora cu relația:

$$\tau = T / b \cdot h, \quad (10)$$

cu ajutorul căreia se determină tensiunea echivalentă [3]:

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_+)^2 + (2,5\tau)^2}. \quad (11)$$

Coeficientul 2,5 care multiplică valoarea lui τ , determinat pe baza de cercetări fotoelastice, se explică prin faptul că tensiunea tangentială este mai mare în zona de racord în raport cu valoarea sa medie, datorită efectului de concentrare al tensiunilor.

4. Variația eforturilor și tensiunilor la baza dintelui asimetric în funcție de coeficientul de asimetrie al dintelui.

Utilizând algoritmul de calcul prezentat am scris, în Matlab, un program de modelare a solicitărilor la angrenaje cu dinți asimetriți. Prin variația coeficientului de asimetrie se studiază influența acestuia asupra tensiunilor de întindere și compresiune de la baza dintelui.

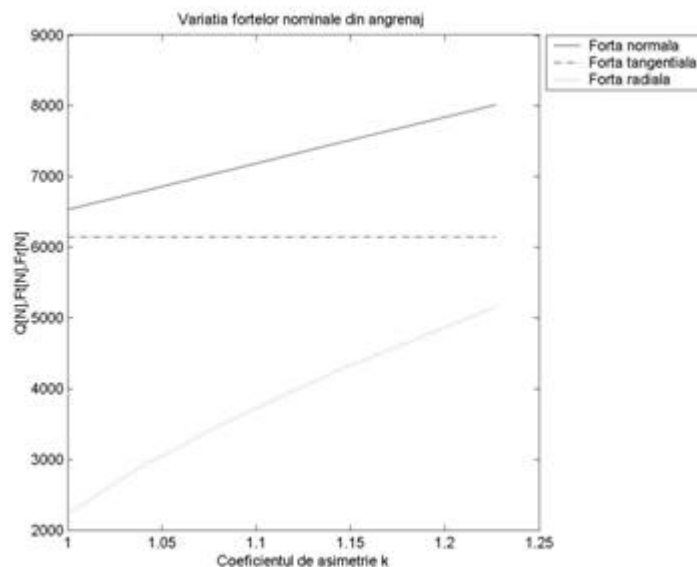


Fig.4 Variația forțelor nominale din angrenaj

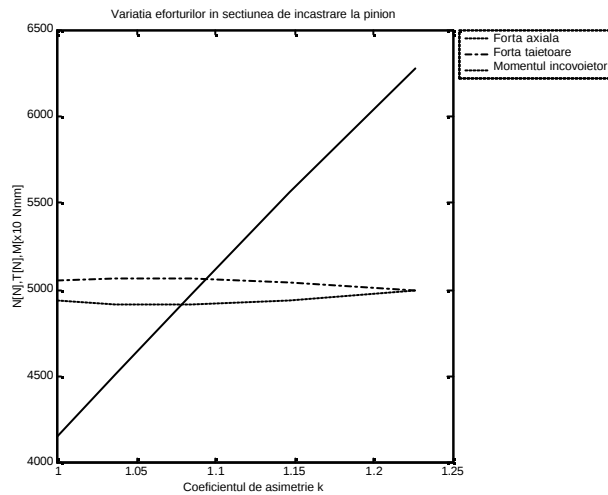


Fig.5 Variatia eforturilor în secțiunea de încastrare a pinionului

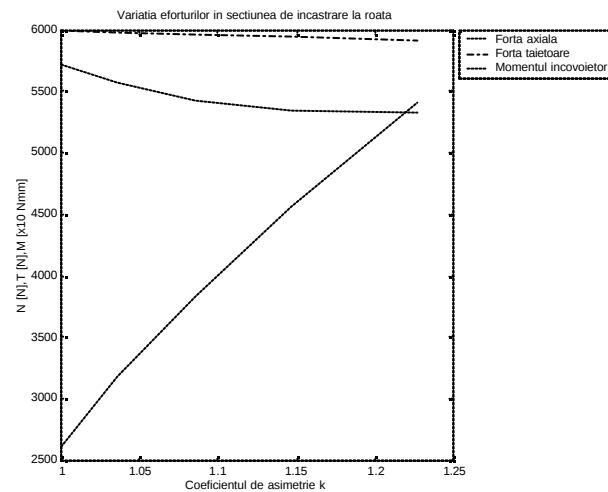


Fig.6 Variatia eforturilor în secțiunea de încastrare a dintelui roții

Datele initiale utilizate sunt: puterea $P = 18\text{kW}$, turatia pinionului $n = 1000\text{rot/min}$, distanta axiale $a = 127.75\text{mm}$, numerele de dinti $z_1 = 16, z_2 = 57$ unghiul de angrenare pe flancul inactiv $\alpha_i = 20^\circ$. Pentru ungiurile de angrenare pe flancul activ $\alpha_a = [20^\circ, 25^\circ, 30^\circ, 35^\circ, 40^\circ]$ se obtin valori crescatoare ale coeficientului de asimetrie $k = \cos \alpha_i / \cos \alpha_a$.

Forta taietoare ramâne aproximativ constanta deoarece puterea fiind aceeași, momentul de torsiune si forta tangentiala nu se modifica, diametrul de rostogolire fiind determinat de distanta axiale si numerele de dinti.

Forta radiala si forta normala pe profilul dintelui cresc odata cu unghiul de angrenare pe flancul activ.

Forta axiale creste si astfel termenul negativ din expresia momentului creste si duce la scaderea momentului încovoietor. Pentru valori mari ale coeficientului de asimetrie este posibil ca momentul produs de forta axiale excentrica sa devina foarte mic. Se constata ca tensiunile de întindere de la baza profilului activ scad atât la pinion cât si la roata.

Deducem ca solicitarea la baza dintelui scade prin utilizarea rotilor cu dinti asimetrici cu atât mai mult cu cât gradul de asimetrie este mai mare.

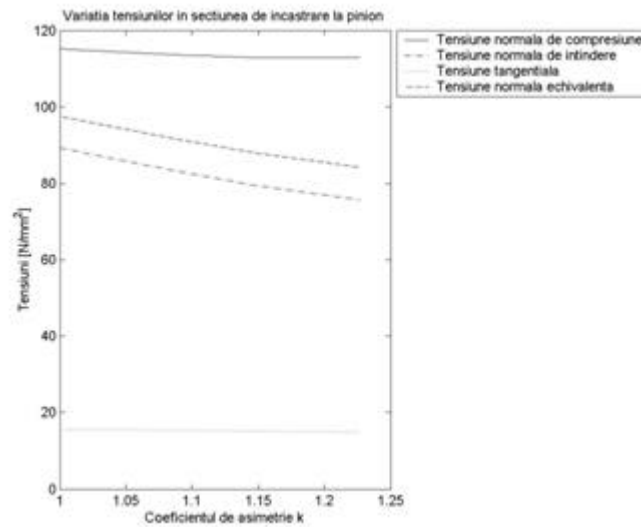


Fig.5 Variatia tensiunilor la baza dintelui pinionului

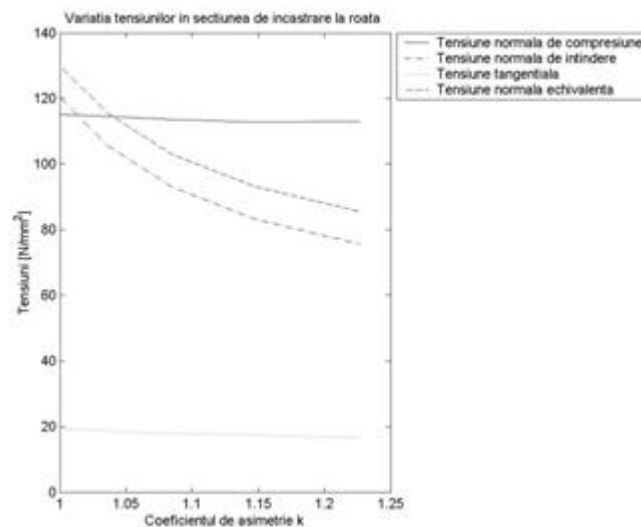


Fig.5 Variatia tensiunilor la baza dintelui rotii

BIBLIOGRAFIE

- [1].Chira, F., Contributii la studiul transmisiilor cu roti dintate simetrice, Referatul 3 în cadrul doctoranturii, Universitatea de Nord din Baia Mare, 2005.
- [2] Litvin F., L., Lian Q., Kapelevich A., L., Asymmetric Modified Gear Drives: Reduction of Noise, Localization of Contact, Simulation of Meshing And Stress Analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 188, 2000.
- [3] Sauer, C., s.a., Angrenaja, vol.1,2, Editura Tehnica, Bucuresti, 1970.
- [4] Popinceanu, N., s.a., Probleme fundamentale ale contactului de rostogolire, Editura Tehnica, Bucuresti, 1985.